



## מבחן בקורס: "אלגוריתמים ויישומים ברשתות חברתיות"

סמסטר א' תשפ"ה - מועד ב' (05.03.2025)  
מרצה: ד"ר סלבה נובגורודוב

משך המבחן: 3 שעות.  
אין להשתמש בחומר עזר מלבד מחשבון כיס.  
יש לתת תשובות קצרות ומנומקות היטב.

בהצלחה!

### שאלה 1 (10 נק'):

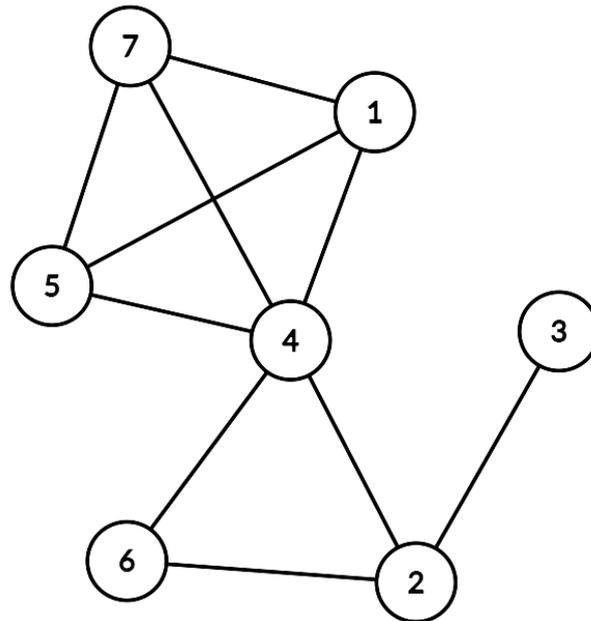
קבוצה של 6 סטודנטים מהפקולטה למדעים מדויקים ו 9 סטודנטים מהפקולטה להנדסה נפגשה לצורך עבודה על פרויקט חדשני. חלק מהסטודנטים הכירו לפני המפגש וחלק לא, למשל הסטודנטים מאותה הפקולטה הכירו אחד את השני, אך בין סטודנטים בין הפקולטות לאו דווקא הכירו. כל זוג סטודנטים שלא הכיר קודם, עשה מפגש היכרות קצר, וסה"כ התקיימו 25 מפגשים כאלה וכעת כולם מכירים את כולם.

א. האם ייתכן שלפני המפגש היה סטודנט שהכיר את כולם וגם סטודנט שלא הכיר אף אחד?

ב. בהמשך, הצטרפו למפגש גם סטודנטים מהפקולטה למשפטים. כל סטודנט מהפקולטה הזאת הכיר בדיוק סטודנט אחד מאחת משתי פקולטות אחרות. סה"כ במפגש היו 110 זוגות שמכירים זה את זה. כמה סטודנטים מהפקולטה למשפטים הצטרפו למפגש?

### שאלה 2 (15 נק'):

נתונה רשת חברתית בעלת 7 קודקודים:



א. הריצו אלגוריתם לזיהוי קהילות K-Clique percolation method עם פרמטר  $K = 3$  וחלקו אותה לקהילות.

ב. הריצו אלגוריתם לזיהוי קהילות K-Clique percolation method עם פרמטר  $K = 4$  וחלקו אותה לקהילות.

ג. האם תשובות בסעיפים א' וב' יצאו זהות או שונות? הסבירו מדוע?

### שאלה 3 (10 נק'):

נתון גרף לא מכונן עם 11 קודקודים.

נרצה לבצע עליה Link Prediction לפי מדדים שונים. נתון כי זוג הקודקודים A, B שאינם מחוברים בגרף ומדד ה Jaccard שלהם שווה ל 0.125, כמו כן ידוע שהדרגה של A זהה לדרגה של B.

א. למה שווה הדרגה של זוג הקודקודים A, B?

ב. מה היא הכמות המקסימלית של קשתות שיכולה להיות בגרף הזה?

#### **שאלה 4 (15 נק'):**

נתון גרף מלא בעל 11 קודקודים עם סימנים על הקשתות ונתון גם שהגרף מאוזן.

א. נתון שיש בו  $X$  קשתות שליליות, האם ניתן לעשות החלפות של סימנים על הקשתות כך שיהיו בדיוק  $3X$  קשתות שליליות ושהגרף ישאר מאוזן?

ב. איזה מספר מינימלי של קשתות שליליות יכול להיות בגרף כזה על מנת שיהיה מאוזן (בהנחה שיש לפחות קשת שלילית אחת)?

ג. איזה מספר מינימלי של קשתות חיוביות יכול להיות בגרף כזה על מנת שיהיה מאוזן (בהנחה שיש לפחות קשת חיובית אחת)?

#### **שאלה 5 (15 נק'):**

נתונה רשימה של 4 סרטים ושל 8 שחקים שונים שהשתתפו בסרטים האלה. כל שורה ברשימה מייצגת סרט ורשימת השחקנים ששיחקו בסרט הזה.

[M - Movie, A - Actor]

M1: A1, A2, A5;

M2: A2, A5, A7;

M3: A3, A5, A8;

M4: A4, A6, A8;

הציגו את הנתונים כגרף דו-צדדי ובצעו עליו folding, על מנת לקבל גרף שמייצג זוגות שחקנים ששיחקו באותם הסרטים (folded graph).

א. איזה קודקוד הוא בעל ה-Degree centrality הכי גבוה ב-folded graph?

ב. חשבו את ה-Clustering Coefficient של הקודקוד מסעיף א'.

ג. כמה משולשים יש בגרף שהתקבל?

### שאלה 6 (10 נק'):

נתון גרף מכוון בעל 12 קודקודים, אשר ממוספרים בין 1 ל-12. כל צומת  $i$  בין 1 ל-11 מחובר לצומת  $i+1$  בקשת מכוונת, ואין קשתות נוספות. המשקל של כל קשת הוא 0.5. נרצה לפתור את בעיית ה-Influence Maximization בשיטת ה-IC על הגרף הנתון עבור  $n = 2$ .



בכל אחד מהסעיפים הבאים בהתחלה מבצעים שינוי מסויים בגרף הנתון, ואז נדרש למצוא את הערך האופטימלי המקסימלי של פונקציית המטרה שיכול להתקבל עבור שינוי מסוג זה.

א. מה הערך האופטימלי הגבוה ביותר שניתן להגיע אליו, אם מותר להוסיף בדיוק שתי קשתות מכוונות, כל אחת מהן במשקל 1 בין שני זוגות של קודקודים כלשהם? (אסור לשנות משקל של קשת קיימת)

ב. מה הערך האופטימלי הגבוה ביותר שניתן להגיע אליו, אם מותר לשנות כיוון של כל מספר של קשתות שנרצה? (לא ניתן להוסיף או להסיר קשתות חדשות או לשנות את הכיוון שלהן).

### שאלה 7 (10 נק'):

א. בכיתה יש  $N$  סטודנטים. כל אחת מהסטודנטים כתב  $K$  הודעות שונות והקפידה לשלוח כל אחת מההודעות לכל שאר הסטודנטים בכיתה. סה"כ נשלחו 220 הודעות. כמה סטודנטים יש בכיתה?

ב. בחברת היי-טק יש צוות של 5 מהנדסות תוכנה, כל שתיים מהן מתכתבות במסגרת העבודה. כל זוג מהנדסות הסכימו על דרך תקשורת מסוימת (יחידה) מתוך 2 האפשרויות הבאות: להתכתב באמצעות הודעות מייל (שיטה א') או להתכתב באמצעות הודעות במערכת הפנימית של החברה (שיטה ב'). אחרי החלוקה הזאת התברר שאין שלישיית מהנדסות כך ששלושתן מתכתבות אחת עם השניה באותה השיטה. הוכיחו כי כל מהנדסת מתכתבת עם 2 מהקולגות שלה בשיטה א' ועם 2 האחרות בשיטה ב'.

### **שאלה 8 (15 נק'):**

נרצה לבנות גרף עם 6 קודקודים באופן אקראי באמצעות המודל של Erdős–Rényi, עם הסתברות ליצירת קשת  $p = 0.5$ .

א. מה היא התוחלת של כמות הקליקות בגודל 4 בגרף הזה?

ב. מה הסיכוי שנוצר גרף קשיר שיש בו בדיוק 3 מעגלים (ולא יותר) כך שמתקיימים שני התנאים הבאים: כל קשת בגרף שייכת לפחות לאחד מהם וקיים מעגל באורך 6?

ג. מה הסיכוי שנוצר גרף קשיר שיש בו בדיוק 3 מעגלים (ולא יותר) כך שמתקיימים שני התנאים הבאים: כל קשת בגרף שייכת לפחות לאחד מהם וקיים מעגל באורך 5?