



## מבחן בקורס: "אלגוריתמים ויישומים ברשתות חברתיות"

סמסטר א' תשפ"ה - מועד א' (04.02.2025)  
מרצה: ד"ר סלבה נובגורודוב

משך המבחן: 3 שעות.  
אין להשתמש בחומר עזר מלבד מחשבון כיס.  
יש לתת תשובות קצרות ומנומקות היטב.

בהצלחה!

### שאלה 1 (10 נק'):

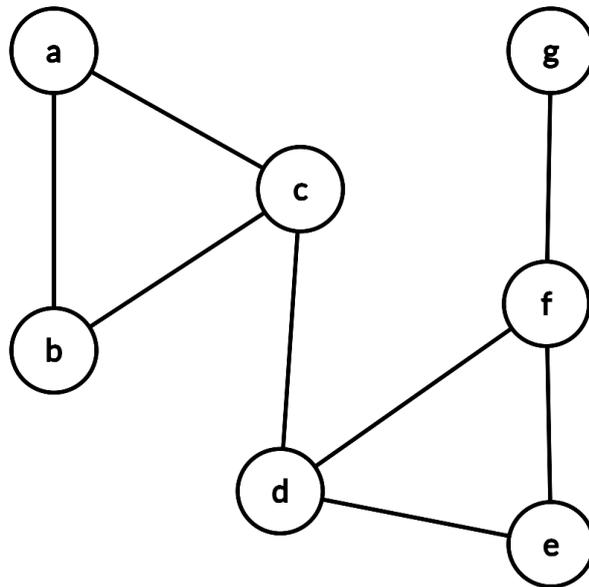
קבוצה של 7 דיפלומטים מאיטליה ו 5 דיפלומטים מספרד נפגשו בכנס בינלאומי. חלק מהדיפלומטים האיטלקיים מדברים גם ספרדית. כל זוג דיפלומטים שיכול לתקשר באותה השפה קיים מפגש בארבע עיניים. סה"כ התקיימו 25 מפגשים כאלה.

א. כמה דיפלומטים דוברים רק שפה אחת?

ב. בהמשך, הגיעו לכנס עוד 2 דיפלומטים מספרד שמדברים רק ספרדית, וגם הם השתתפו במפגשים עם הדיפלומטים האיטלקיים שמדברים ספרדית. כמה מפגשים נוספים התקיימו במסגרת הכנס.

### שאלה 2 (15 נק'):

נתונה רשת חברתית בעלת 7 קודקודים:



א. הריצו אלגוריתם לזיהוי קהילות K-Clique percolation method עם פרמטר  $K = 3$  וחלקו אותה לקהילות.

ב. הריצו את אלגוריתם לזיהוי קהילות של Newman-Girvan וחלקו אותה ל-3 קהילות.

ג. האם תשובות בסעיפים א' וב' יצאו זהות או שונות? הסבירו מדוע?

### שאלה 3 (10 נק'):

נתון גרף לא מכוון עם 8 קודקודים.

נרצה לבצע עליה Link Prediction לפי מדדים שונים. נתון כי זוג הקודקודים A, B שאינם מחוברים בגרף ומדד ה Jaccard שלהם שווה ל 0.5, כמו כן ידוע שהדרגה של A זהה לדרגה של B.

א. למה שווה הדרגה של זוג הקודקודים A, B?

ב. מה היא הכמות המקסימלית של קשתות שיכולה להיות בגרף הזה?

#### **שאלה 4 (15 נק'):**

נתון גרף מלא בעל 12 קודקודים עם סימנים על הקשתות ונתון גם שהגרף מאוזן.

א. נתון שיש בו 27 קשתות שליליות, האם ניתן לעשות החלפות של סימנים על הקשתות כך שיהיו בדיוק 35 קשתות שליליות ושהגרף ישאר מאוזן?

ב. איזה מספר מינימלי של קשתות שליליות יכול להיות בגרף כזה על מנת שיהיה מאוזן (בהנחה שיש לפחות קשת שלילית אחת)?

ג. איזה מספר מינימלי של קשתות חיוביות יכול להיות בגרף כזה על מנת שיהיה מאוזן (בהנחה שיש לפחות קשת חיובית אחת)?

#### **שאלה 5 (15 נק'):**

נתונה רשימה של 6 סרטים ושל 7 שחקים שונים שהשתתפו בסרטים האלה. כל שורה ברשימה מייצגת סרט ורשימת השחקנים ששיחקו בסרט הזה.

[M - Movia, A - Actor]

M1: A1, A2, A3;	M2: A2, A5, A7;
M3: A3, A5, A7;	M4: A4, A6;
M5: A1, A5;	M6: A4, A5;

הציגו את הנתונים כגרף דו-צדדי ובצעו עליו folding, על מנת לקבל גרף שמייצג זוגות שחקנים ששיחקו באותם הסרטים (folded graph).

א. איזה קודקוד הוא בעל ה- Degree centrality הכי גבוה ב folded graph?

ב. חשבו את ה- Clustering Coefficient של הקודקוד מסעיף א'.

ג. כמה משולשים יש בגרף שהתקבל?

### שאלה 6 (10 נק'):

נתון גרף מכוון בעל 12 קודקודים, אשר ממוספרים בין 1 ל-12. כל צומת  $i$  בין 1 ל-11 מחובר לצומת  $i+1$  בקשת מכוונת, ואין קשתות נוספות. המשקל של כל קשת הוא 0.5. נרצה לפתור את בעיית ה-Influence Maximization בשיטת ה-IC על הגרף הנתון עבור  $n = 2$ .



בכל אחד מהסעיפים הבאים בהתחלה מבצעים שינוי מסויים בגרף הנתון, ואז נדרש למצוא את הערך האופטימלי המקסימלי של פונקציית המטרה שיכול להתקבל עבור שינוי מסוג זה.

א. מה הערך האופטימלי הגבוה ביותר שניתן להגיע אליו, אם מותר להעלות את המשקל של בדיוק קשת אחת ל-1?

ב. מה הערך האופטימלי הגבוה ביותר שניתן להגיע אליו, אם מותר להוסיף בדיוק קשת מכוונת אחת במשקל 1 בין זוג קודקודים כלשהו? (אסור לשנות משקל של קשת קיימת)

### שאלה 7 (10 נק'):

א. במפגש של המשפחה המורחבת התגלה שכל זוג ילדים עד גיל 12 יש סבא משותף שגם נכח במפגש. סה"כ במפגש היו 10 ילדים עד גיל 12. הוכיחו במפגש היה סבא שנכחו שם לפחות 7 נכדים שלו.

ב. בחברת אבטחה עובדים 24 עובדים. פעם בשבוע 4 מהעובדים האלה נבחרים באופן אקראי לצורך תורנות סופ"ש. האם ייתכן שברגע מסוים כל אחד מהעובדים עשה משמרת סופ"ש אחת בדיוק עם כל עובד אחר בחברה.

### שאלה 8 (15 נק'):

נרצה לבנות גרף עם 7 קודקודים באופן אקראי באמצעות המודל של Erdős–Rényi, עם הסתברות ליצירת קשת  $p = 0.5$ .

א. מה היא התוחלת של כמות המשולשים בגרף הזה?

ב. מה הסיכוי, שנוצר גרף קשיר שיש בו בדיוק 3 מעגלים (ולא יותר) כך שמתקיימים שני התנאים הבאים: כל קשת בגרף שייכת לפחות לאחד מהם וקיים מעגל באורך 7?

ג. מה הסיכוי, שנוצר גרף קשיר שיש בו בדיוק 3 מעגלים (ולא יותר) כך שמתקיימים שני התנאים הבאים: כל קשת בגרף שייכת לפחות לאחד מהם וקיים מעגל באורך 6?