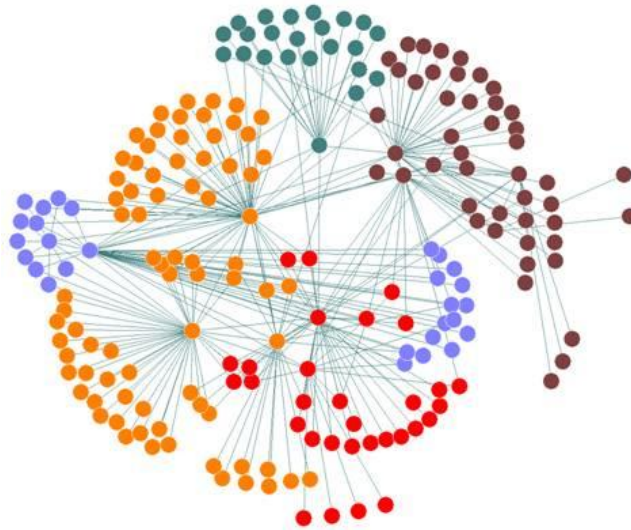




# Algorithms and Applications in Social Networks



2019/2020, Semester B

Slava Novgorodov

# Lesson #13

- Exam Structure
- Tips for preparation to exam and how to “attack” the questions during the exam
- Solving previous exams

# Exam Structure

# The Structure

- 8 questions:
  - 2 or 3 clauses (סעיפים) each - 20 clauses in total
- Closed material (can use calculator)
- Technical questions (calculate ...)
- Algorithmical questions (run algo/change algo)
- Riddles

# Tips

# Tips for the exam

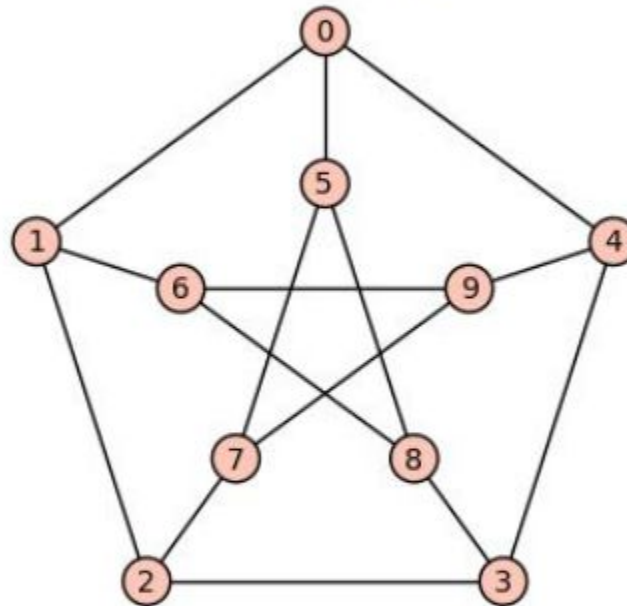
- Go over all the topics we have studied (Lecture 12 is a good summary)
- Solve the questions (HW/previous exams) to ensure you understand the topic. Try to understand different types of questions and learn the different “tricks” that are used to solve them.
- During the exam: focus on the easy questions first, solve them and write down the answer. There are some questions that may take 40+ minutes, while other take only 5. Leave the “puzzles” to the end.

# Solving previous exams

# Exam: 2018/19, Moed B

שאלה 5 (10 נק'):

נתונה רשת חברתית בעלת 10 קודקודים.



א. חישובו את מדד ה betweenness centrality הממוצע של כל הרשת.

ב. חישובו את ערך הקוטר של הרשת.



# Solution

**A)**

A general tip - look for symmetry.

Once found, solve only one example for each of the symmetric cases.

Remember the definition and apply directly

# Solution

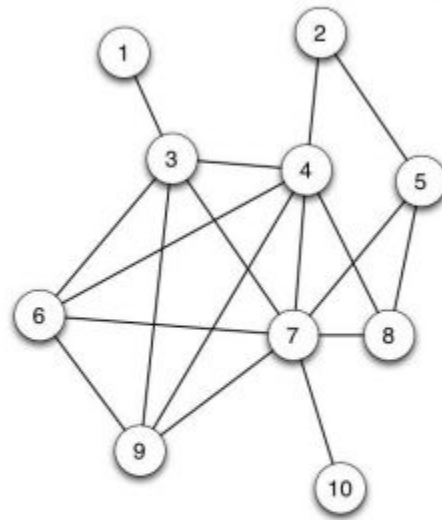
**B)**

Directly by the definition (and by the structure of the network)

# Exam: 2017/18, Sample

שאלה 1 (10 נק'):

נתונה רשת חברתית בעלת 10 קודקודים:



א. מה הוא הקודקוד בעל degree centrality הגבוה ביותר ברשת?

ב. מהו ה clustering coefficient של אותו הקודקוד מסעיף א'?

# Solution

**A)**

Simple technical question - just count the number of neighbors and find the one with the maximum value

(Tip: prepare a table with all degrees, the graph is not that big, but in the way you minimize the chance for mistake)

# Solution

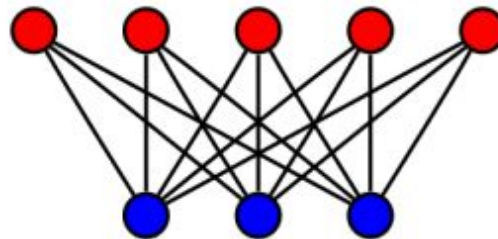
**B)**

Remember the definition, take the answer from A and apply directly.

# Exam: 2017/18, Moed A

## שאלה 1 (10 נק'):

נתון גרף דו-צדדי עם  $M+N$  קודקודים:  $N$  שחקנים מקבוצה א',  $M$  שחקנים מקבוצה ב'. השחקנים מתחרים בשחמט, כל נציג של קבוצה א' שיחק מול כל נציג של קבוצה ב'.



א. מה הוא ה Clustering Coefficient של הגרף?

ב. נניח ש  $M=N$ , והסתיימה התחרות הראשונה. לפני התחרות השניה שחקן אחד מחליט לעבור מקבוצה א' לקבוצה ב' ואז שוב יש תחרות, בה כל נציג של קבוצה א' משחק מול כל נציג של קבוצה ב'. האם בתחרות השניה יתקיימו יותר/פחות/אותה כמות משחקים לעומת התחרות הראשונה?

# Solution

**A)**

A “trick” question - if you remember the definition of CC and of bipartite graph, the answer is immediate.

# Solution

**B)**

Technical calculation:

$$N * N \quad ?= \quad (N-1) * (N + 1)$$



# Exam: 2018/19, Moed B

## שאלה 7 (15 נק'):

נתון גרף בעל 11 קודקודים שנוצר באופן אקראי בעזרת המודל של Erdős–Rényi, עם הסתברות ליצירת קשת  $p=0.5$ .

א. מה התוחלת של הדרגה הממוצעת של הגרף?

ב. האם ייתכן שהדרגה של כל הקודקודים בגרף שווה בדיוק לתוחלת שהתקבלה בסעיף א'?

ג. בריצה מסוימת נוצר גרף שכולל 31 קשתות. האם ייתכן שהגרף הינו דו-צדדי?

# Solution

A)

Direct calculation by the formula:

Avg. Degree =

$$2 * \# \text{ of edges} / \# \text{ of nodes} =$$

$$(2 * p * (n * (n-1) / 2)) / n =$$

$$p * (n-1)$$

# Solution

**B)**

There are many methods how to show if graph is not possible to construct.

If possible - show the graph (way to construct).

If not - explain why:

- Sum of degrees
- Max/Min degree
- ...

# Solution

**C)**

11 nodes, all possible bipartite graphs can be:

1 and 10

2 and 9

...

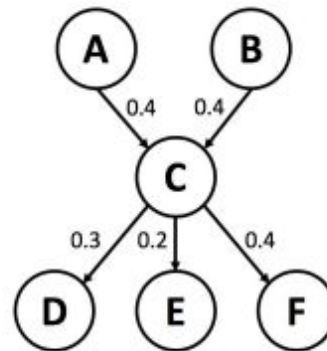
5 and 6

Max number of edges in such graph is  $n * m$   
where  $n$  and  $m$  are the # of nodes in each side

# Exam: 2018/19, Moed B

## שאלה 6 (10 נק'):

נתון גרף מכוון בעל 6 קודקודים המתאר השפעה של אנשים. כל קשת היא מכוונת, ועל הקשת מצויינת רמת ההשפעה. נרצה למצוא את הקודקודים הכי משפיעים (שיטת ה Inﬂuence Maximization), לפי המודל של Linear Threshold (בקיזור LT).  
נניח שלכל קודקוד יש סף קבוע: A: 0.5, B: 0.3, C: 0.9, D: 0.2, E: 0.1, F: 0.2



א. מי הקודקוד הכי משפיע בגרף?

ב. הריצו את האלגוריתם Greedy Hill Climbing ומצאו את שלושת הקודקודים הכי משפיעים. תארו את השלבים של האלגוריתם.

# Solution

**A)**

Learn the model - how the influence works, run over all the nodes (and see their influence).

Pick the most influential.

# Solution

**B)**

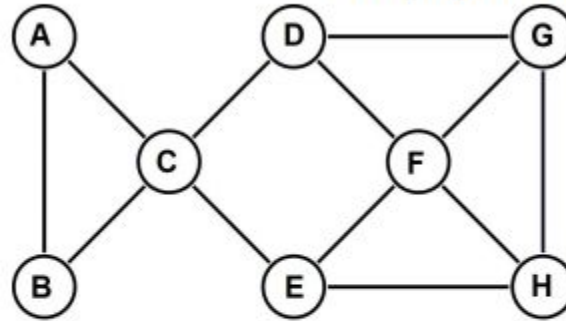
Remember the algorithm and run it step by step.

Find the most influential (the answer for A) and now find the pair of most influential: A and ?

# Exam: 2018/19, Moed C

שאלה 2 (15 נק'):

נתונה רשת חברתית בעלת 8 קודקודים:



א. הריצו אלגוריתם לזיהוי קהילות K-Clique percolation method עם פרמטר  $K = 3$  וחלקו אותה לקהילות.

ב. האם הקהילות שהתקבלו נחתכות? הסבירו את תשובתכם.

ג. מוסיפים את הקשת (D, E) לרשת. איך זה משפיע על התשובות לסעיפים א' וב'?



# Solution

**A)**

Remember the algorithm.

Find all cliques and just run it on them

(build the overlapping matrix, threshold on it,  
see the result)

(D,F,G), (F,G,H), (E,F,H)

(A,B,C)

# Solution

**B)**

Check the results of A - if there is a node that belongs to more than one community?

# Solution

**C)**

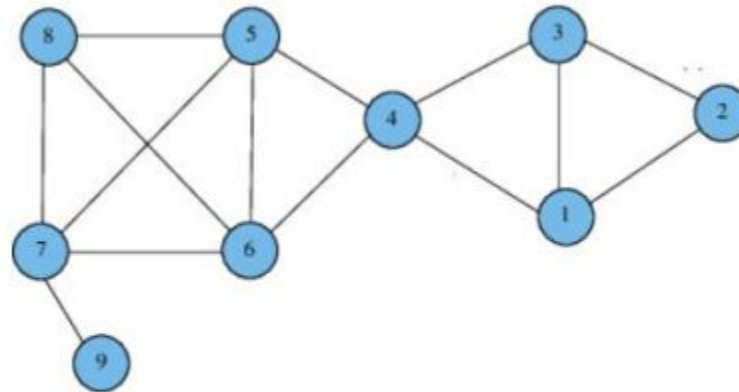
Add the edge, do the same you did in A - you can partially reuse the results, but if you are not sure, solve from scratch!

Then, check the results - there is a node that belongs to more than one community?

# Exam: 2017/18, Moed A

שאלה 7 (15 נק'):

נתון גרף בעל 9 קודקודים:



א. האם ה  $Clique$  על הקודקודים 1, 2, 3 הוא  $Maximum$ ? האם הוא  $Maximal$ ?

ב. מצאו את הקודקודים בעלי  $Core Number$  הכי גבוה בגרף.

ב. חלקו את הגרף לקהילות נחתכות בעזרת האלגוריתם  $K-Cliques Percolation$ , עם הפרמטר  $K=3$ .

# Solution

**A)**

Remember the difference between maximum and maximal.

# Solution

**B)**

Run the k-core decomposition algorithm step by step - just as is.

Start by writing all degrees of the nodes, sort by the degree, and follow the algorithm while updating the “degree”.

# Solution

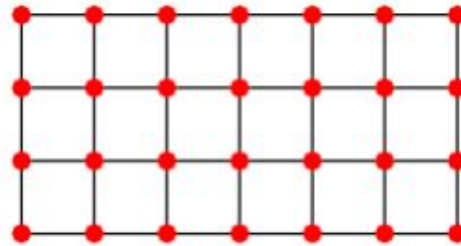
**c)**

Same as previous question

# Exam: 2017/18, Sample

## שאלה 6 (15 נק'):

נתון "גרף רשת" (grid graph), בעל  $N$  שורות ו- $M$  עמודות.  
(גרף רשת הוא גרף שהקודקודים מסודרים לפי שורות ועמודות וכל קודקוד מחובר לשכנים הצמודים עליו מלמעלה, למטה ובצדדים).



(דוגמה לגרף רשת 4 על 7)

- כמה קשתות יש בגרף רשת  $N$  על  $M$ ?
- הוכיחו/הפריכו - גרף רשת הוא גרף דו-צדדי.
- נתון גרף רשת  $N$  על  $N$ . מחקו ממנו 2 קודקודים - העליון השמאלי והתחתון הימני. האם ניתן לחלק אותו למספר מסויים של קהילות לא נחתכות כך שכל קהילה תכלול בדיוק 2 אנשים שמחוברים ביניהם בקשת?



# Solution

A)

Direct calculation, with a nice trick.

Count the “vertical” edges and “horizontal” edges and then sum the up.

$N-1$  “vertical” edges in one column \*  $M$  columns

$M-1$  “horizontal” edges in one row \*  $N$  rows

$$(M - 1) * N + (N - 1) * M$$

# Solution

**B)**

If not bi-partite - show a odd length cycle.

Otherwise, find a way to split the graph nodes into two groups and show that there is no edges inside the group.

In this case:

if  $(i+j) \% 2 == 0$ : Group 1

else: Group 2

Why no edges between group 1 and group 2?

# Solution

C)

Puzzle question :-)

First, if  $N$  is odd, there is no solution.

For even  $N$  - first, the graph is bi-partite, then the diagonal has the same color. Removing two nodes from the same color makes the groups unequal.

# Exam: 2017/18, Sample

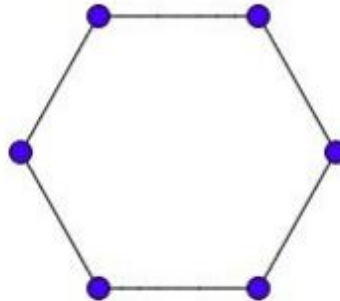
## שאלה 8 (15 נק'):

ברשת חברתית של 6 אנשים (שחלקם מכירים זה את זה).

א. מה הכמות המקסימלית של משולשים שונים שיכולה להיות ברשת הזאת?

ב. האם ייתכן שהדרגות של הקודקודים ברשת הזאת הן: 0, 1, 1, 2, 3, 4 ?

ג. נניח שניתן להושיב כל 5 מהם סביב שולחן עגול כך שכל זוג שכנים יכיר זה את זה. הוכיחו כי ניתן להושיב את כל ששת האנשים סביב שולחן עגול כך שהתנאי הזה עדיין יתקיים.



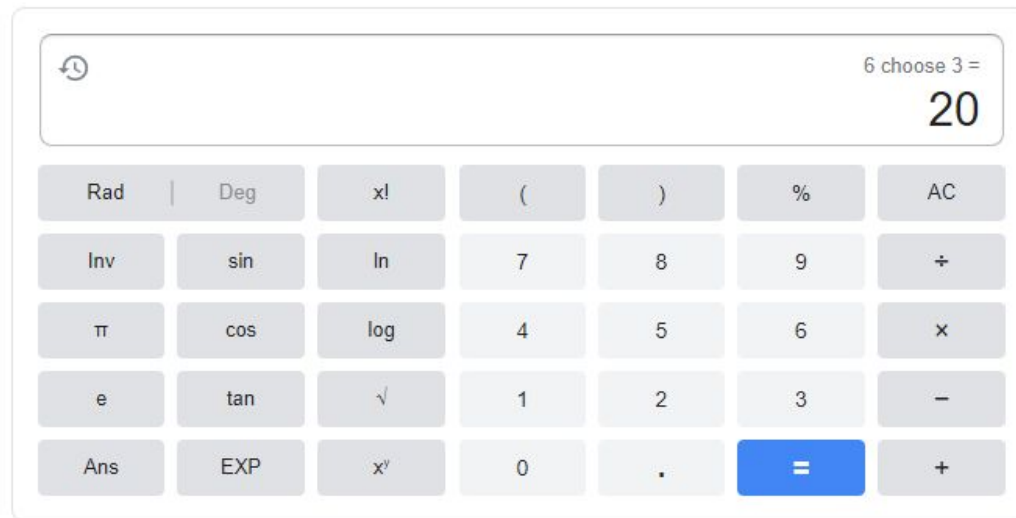
# Solution

A)

Classic combinatorial question:

Number of way to choose 3 nodes out of 6:

6 choose 3 =



# Solution

**B)**

Again, even number of nodes with even degrees...

# Solution

**C)**

Puzzle question :-)

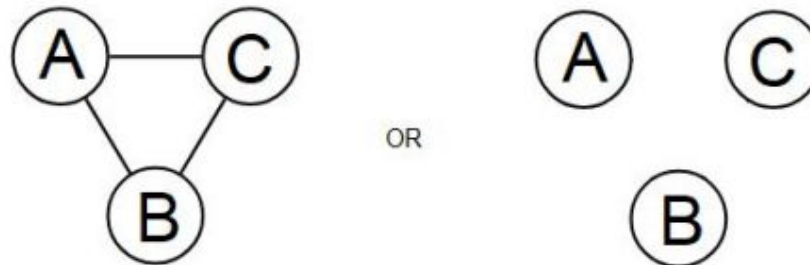
Left for you to solve

# Exam: 2017/18, Moed A

## שאלה 8 (15 נק'):

נתונה רשת חברתית שנוצרה בצורה אקראית באמצעות המודל של Erdős–Rényi, עם הפרמטרים  $N=6$ ,  $p=0.5$ .

- א. מה היא התוחלת של כמות המשולשים השונים ברשת הזאת?
- ב. הוכיחו/הפריכו: עבור כל  $p$  ברשת הנתונה קיימים 2 קודקודים בעלי אותה דרגה.
- ג. הוכיחו/הפריכו: עבור כל  $p$  ברשת הנתונה קיימים 3 קודקודים שכולם מחוברים זה לזה, או אף אחד מהם לא מחובר לשתיים הנוספים.





# Solution

A)

Similar to question from slide 37, with extra step you need to do in order to calculate the expected number of triangles - involve the  $p$

What is the probability of having 3 edges?  $p^3$

# Solution

**B)**

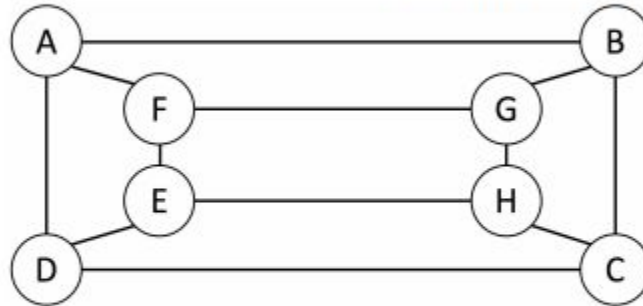
6 nodes - 6 possible degrees, from 0 to 5.

It is possible to have 0 and 5 together?

# Exam: 2018/19, Moed A

**שאלה 5 (10 נק'):**

נתונה רשת חברתית בעלת 8 קודקודים.



א. חישבו את המדד ה closeness centrality הממוצע של כל הרשת.

ב. מצאו את הקודקוד בעל betweenness centrality הכי גבוה ברשת.

# Solution

**A)**

Again, look for the symmetry (as at slide 8).

Measure (carefully) the distances from one node to all others.

# Solution

**B)**

No calculations needed!

Symmetry!

# Exam: 2018/19, Moed C

## שאלה 8 (10 נק'):

א. משה פתח פלטפורמה חברתית חדשה בה אנשים עוקבים אחד אחרי השני ומפרסמים הודעות שזמינות רק לעוקבים שלהם. כל משתמש יכול לעקוב אחרי מי שהוא רוצה. לרשת הזו יש את המודל הכלכלי הבא: משתמש עם  $K$  עוקבים מקבל  $K^*K$  דולרים ממשה ומשתמש שעוקב אחרי  $M$  משתמשים אחרים צריך לשלם למשה  $M^*M$  דולרים. אחרי ניתוח המצב של הרשת התברר שעבור כל זוג משתמשים  $A$  ו  $B$ , או  $A$  עוקב אחרי  $B$  או  $B$  עוקב אחרי  $A$ .  
האם הרשת רווחית? כלומר כמה כסף מפסיד או מרוויח משה מהרשת הזאת?

ב. בקבוצה של  $N$  אנשים כל זוג מכיר זה את זה. הקבוצה מלחיטה להכניס מנגנון חד כיווני של החלפת הודעות, כלומר לכל זוג משתמשים  $A$  ו  $B$  או שהודעות עוברות מ  $A$  ל  $B$  או הפוך. האם ניתן להחליט על כיווני החלפת ההודעות כך שכל משתמש ששולח הודעה מסויימת לא יוכל לקבל אותה בחזרה בשום דרך.

# Solution

**Both A) and B) where solved in class!**

# More riddles

Solve all the questions we had in class (lectures and recitations), HW and previous exams.

This is a lot already!


If you want more - google for “graph interview questions”, “graph theory riddles”, etc.



# (Really) Last slide

- I hope you enjoyed the course as much as I enjoyed it!
- Please fill the feedback (“Seker Horaa”) – it’s very important for me for the future courses
- Stay in touch ([slavanov@post.tau.ac.il](mailto:slavanov@post.tau.ac.il))

**GOOD LUCK!**  
**(at the exams and in general)**



**Thank you!**  
**Questions?**