



מבחן בקורס: "אלגוריתמים ויישומים ברשתות חברתיות"

סמסטר א' תשפ"ג - מועד א' (30.01.2023)
מרצה: ד"ר סלבה נובגורודוב

משך המבחן: 3 שעות.
אין להשתמש בחומר עזר מלבד מחשבון כיס.
יש לתת תשובות קצרות ומנומקות היטב.

בהצלחה!

שאלה 1 (10 נק'):

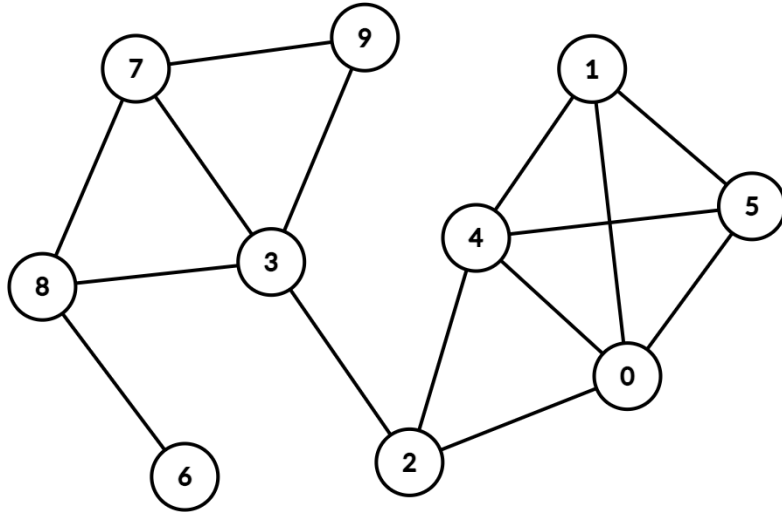
לקראת תחרות שחמט, 5 נבחרות של אוניברסיטאות שונות ברחבי אירופה מאוסטריה, בלגיה, גרמניה, דנמרק והולנד ארגנו מחנה אימונים משותף. ידוע שבכל נבחרת יש כמות זהה של שחקניות. כל שחקנית שיחקה משחק אחד נגד כל שחקנית אחרת בנבחרת שלה. לאחר מכן כל שחקנית קיבל דירוג (מיקום בטבלה פנימית של כל נבחרת - כל שחקנית קיבלה מיקום שונה) ואז שיחקה פעם אחת נגד כל אחת מהשחקניות שמדורגות באותו מקום כמוה בשאר הנבחרות. ידוע שכל שחקנית שיחקה 32 משחקים סה"כ.

א. כמה שחקניות יש בכל נבחרת?

ב. בשלב השני של מחנה האימונים נשארו רק שחקניות מאוסטריה, בלגיה וגרמניה. הוחלט לחלק את כל השחקניות ל-2 קבוצות בגודל זהה, באופן הבא: נבחרת מאוחדת של אוסטריה ועוד חצי מהנבחרת של גרמניה (נבחרת מאוחדת א') נגד הנבחרת של בלגיה ועוד החצי השני של נבחרת גרמניה (נבחרת מאוחדת ב'). השחקניות של 2 הנבחרות המאוחדות שיחקו אחת נגד השנייה (כל שחקנית מנבחרת א' נגד כל שחקנית מנבחרת ב'). כמה משחקים שוחקו בשלב הזה של מחנה האימונים?

שאלה 2 (10 נק'):

נתונה רשת חברתית בעלת 10 קודקודים:



א. הריצו אלגוריתם לזיהוי קהילות K-Clique percolation method עם פרמטר $K = 3$ וחלקו אותה לקהילות.

ב. האם הקהילות שהתקבלו נחתכות? הסבירו את תשובתכם.

שאלה 3 (15 נק'):

נתונה רשת חברתית בעלת 15 קודקודים.

נרצה לבצע עליה Link Prediction לפי מדדים שונים. נתון כי זוג הקודקודים A, B אינם מחוברים בגרף ומדד ה Preferential Attachment שלהם שווה ל 100.

א. האם ייתכן שמדד ה Jaccard של זוג הקודקודים A, B יוצא גדול מ- 0.9?

ב. האם ייתכן שמדד ה Jaccard של זוג הקודקודים A, B יוצא קטן מ- 0.5?

ג. הניחו שבגרף הזה כמות הקשתות שווה ל- 20 והדרגה של כל קודקוד שווה לפחות ל- 2. למה שווה מדד ה Adamic/Adar של זוג הקודקודים A, B?

שאלה 4 (15 נק'):

נתון גרף בעל 11 קודקודים עם סימנים על הקשתות ונתון גם שהגרף מאוזן.

א. האם ניתן להשלים אותו לגרף מלא מאוזן כך שכמות סימני ה "-" בגרף המלא אי-זוגית?

ב. האם ניתן להשלים אותו לגרף מלא מאוזן כך שכמות סימני ה "-" בגרף המלא גדולה מכמות סימני ה "+"?

ג. השלמנו את הגרף לגרף מלא מאוזן. האם ניתן להחליף כמות אי-זוגית של סימנים (מ "+" ל "-" או מ "-" ל "+"), כך שהגרף עדיין יישאר מאוזן.

שאלה 5 (15 נק'):

נתונה רשימה של 8 סטודנטים שנרשמו ל6 קורסים שונים. כל שורה ברשימה מייצגת קורס ורשימת הסטודנטים שנרשמו לקורס הזה.

[C - Course, S - Student]

C1: S5, S8;

C2: S1, S2, S3;

C3: S5, S7;

C4: S1, S4;

C5: S7, S8;

C6: S1, S6;

הציגו את הנתונים כגרף דו-צדדי ובצעו עליו folding, על מנת לקבל גרף שמייצג זוגות סטודנטים שרשומים לאותו הקורס (folded graph).

א. איזה קודקוד הוא בעל ה- Degree centrality הכי גבוה ב folded graph?

ב. חשבו את ה- Clustering Coefficient של הקודקוד מסעיף א'.

ג. מה ההבדל בין המשולשים השונים שמתקבלים ב folded graph יחסית לנתונים של הגרף המקורי.

שאלה 6 (10 נק'):

נתון עץ (גרף לא מכוון חסר מעגלים שיש בו רכיב קשירות יחיד) בו הדרגה המקסימלית היא d ונתון שהיא לפחות 4. מחליפים בעץ כל קשת (u, v) בשתי קשתות מכוונות (v, u) , (u, v) , כאשר משקל כל קשת הוא 0.5. על הגרף המכוון הממושקל שהתקבל רוצים לפתור את בעיית ה-Influence Maximization במודל ה-IC ולמצוא קודקוד בודד שמדביק הכי הרבה קודקודים אחרים (הפתרון האופטימלי).

א. האם ייתכן שאחד הפתרונות האופטימליים הוא קודקוד בעל דרגה 1?

ב. עבור אילו ערכים של d ייתכן שפתרון אופטימלי הוא צומת עם דרגה לכל היותר 3 (עבור איזשהו גרף כפי שתואר למעלה)?

שאלה 7 (10 נק'):

א. בקורס קיץ בחדו"א 1 יש 2 קבוצות תרגול שונות - אחת שלומדת בימי ראשון (א') ויש בה 8 סטודנטים והשניה שלומדת בימי שני (ב') ויש בה 12 סטודנטים. ידוע שכל סטודנט שלומד ביום א' מכיר לפחות חצי מהסטודנטים שלומדים ביום ב'. בנוסף, ידוע שכל סטודנט שלומד ביום ב' מכיר לכל היותר חצי מהסטודנטים שלומדים ביום א'. נתון גם שכל סטודנט מכיר את כל שאר הסטודנטים בקבוצת התרגול שלו. כמה זוגות של סטודנטים שמכירים זה את זה רשומים לקורס?

ב. במדינה מסוימת יש 30 ערים. חלקן מחוברות זו לזו בכביש ישיר, וידוע שמכל עיר ניתן להגיע לכל עיר אחרת (לפעמים זה ידרוש מעבר בערים נוספות). כרגע כל הכבישים במדינה הם דו-סיטריים אך הממשלה החליטה להפוך את כל הכבישים לחד-סיטריים והתחייבה כלפי האזרחים שכל מי שיצא מעיר מסוימת יוכל לחזור אליה בחזרה. לצורך כך, הממשלה מוכנה לבנות עוד כביש חד-סטרי אחד נוסף. האם בהכרח אפשרי לתת כיוון לכל כביש כך שכל מי שיצא מעיר מסוימת יוכל לחזור אליה? (שימו לב, שכבר לא נדרש להגיע מכל עיר לכל עיר).

שאלה 8 (15 נק'):

נרצה לבנות גרף עם 5 קודקודים באופן אקראי באמצעות המודל של Erdős–Rényi, עם הסתברות ליצירת קשת $p = 0.5$.

א. מה הסיכוי שיצא גרף שדרגת כל הקודקודים זהה?

ב. מה התוחלת של מספר המעגלים שיוצאת בגרף?

ג. מה הסיכוי לקבל גרף שבו קודקוד אחד בדיוק עם דרגה 0 וקודקוד אחד בדיוק עם דרגה 1?