



מבחן בקורס: "אלגוריתמים ויישומים ברשתות חברתיות"

סמסטר א' תשפ"ב - מועד ב' (11.03.2022)
מרצה: ד"ר סלבה נובגורודוב

משך המבחן: 3 שעות.
אין להשתמש בחומר עזר מלבד מחשבון כיס.
יש לתת תשובות קצרות ומנומקות היטב.

בהצלחה!

שאלה 1 (10 נק'):

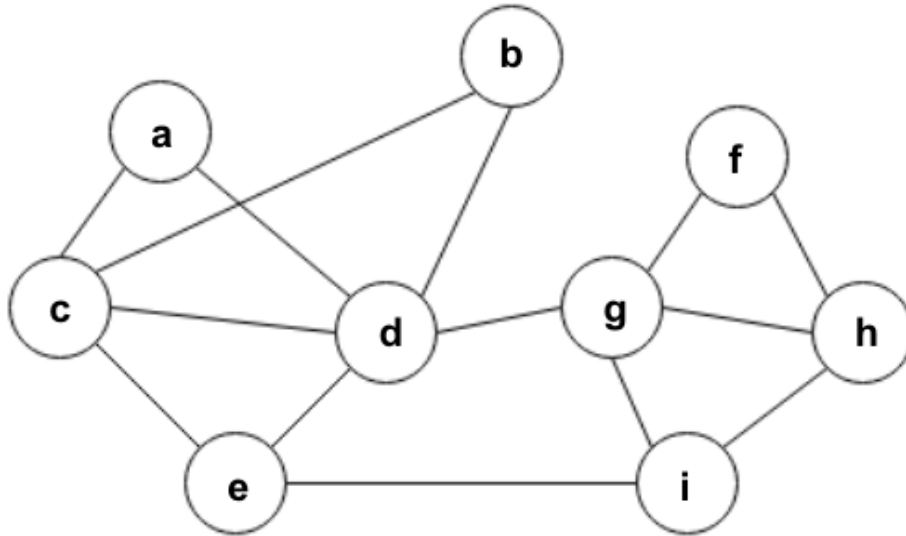
לקראת תחרות כדורסל, 7 קבוצות מישובים שונים (אבו סנאן, באר שבע, גבעתיים, דלית אל-כרמל, הרצליה, ורדון וזכרון יעקב) יוצאות למחנה אימונים משותף. בשלב הראשון כל הקבוצות התחלקו לשלושה בתים - צפון (אבו סנאן, דלית אל-כרמל וזכרון יעקב), מרכז (גבעתיים והרצליה) ודרום (באר שבע וורדון). בכל בית כל הקבוצות שיחקו אחת נגד השניה שלושה משחקים. בשלב השני הקבוצות הכי טובות מכל בית שיחקו אחת נגד השניה שלושה משחקים. הקבוצות הנותרות גם הן שיחקו אחת נגד השניה שלושה משחקים.

א. כמה משחקים סה"כ שוחקו במהלך מחנה האימונים?

ב. אחרי מחנה האימונים הקבוצות הגיעו לתחרות. כל הקבוצות שיחקו אחת נגד השניה פעם אחת בדיוק. ידוע שגם באר שבע וגם הרצליה ניצחו 5 משחקים כל אחת. הוכיחו שקיימות 3 קבוצות (1), (2) ו(3), כך ש (1) ניצחה את (2), (2) ניצחה את (3) ו(3) ניצחה את (1).

שאלה 2 (15 נק'):

נתונה רשת חברתית בעלת 9 קודקודים:



א. הריצו אלגוריתם לזיהוי קהילות K-Clique percolation method עם פרמטר $K = 3$ וחלקו אותה לקהילות.

ב. האם הקהילות שהתקבלו נחתכות? הסבירו את תשובתכם.

ג. מוסיפים את הקשת (e, g) לרשת. איך זה משפיע על התשובות לסעיפים א' וב'?

שאלה 3 (10 נק'):

נתונה רשת חברתית בעלת 9 קודקודים ו 35 קשתות.

נרצה לבצע עליה Link Prediction לפי מדדים שונים. נתון כי זוג הקודקודים A, B אינם מחוברים בגרף.

א. האם ייתכן שמדד ה Jaccard של זוג הקודקודים A, B יוצא קטן מ- 0.7?

ב. למה שווה שמדד ה Adamic/Adar של זוג הקודקודים A, B?

שאלה 4 (15 נק'):

נתון גרף מלא מאוזן עם $2N$ קודקודים ($N > 5$) וסימן על כל קשת כך שמספר הקשתות השליליות הוא N^2 . נתונה קבוצה S של k קודקודים. כל קודקוד ב- S רב עם לפחות קודקוד אחד מחוץ ל- S (לא בהכרח אותו אחד), כאשר ריב פירושו החלפת הסימן מ-"+" ל-"-". בעקבות ריבים אלה, התהפכו סימנים בקשתות נוספות בין הקודקודים ב- S לקודקודים מחוץ ל- S , כך שבסוף הגרף נשאר מאוזן. מה מספר הקשתות השליליות המינימלי והמקסימלי שיתכנו בגרף אחרי כל השינויים?

א. עבור $k = 1$.

ב. עבור $k = 2$.

ג. עבור $k = N$.

שאלה 5 (15 נק'):

נתונה רשימה של N קבוצות כדורגל ולכל קבוצה נתונה המדינה שבה הקבוצה משחקת (למשל: ריאל מדריד - ספרד, יובנטוס - איטליה, טרבזונספור - טורקיה, וכו'). כל קבוצה שייכת למדינה אחת בלבד. נבנה מהרשימה הזאת גרף דו-צדדי, בכך שבצד אחד יהיו קודקודים המייצגים קבוצות ובצד השני מדינות. נחבר כל קבוצה עם המדינה שלה. נסמן את הגרף הזה ב- BG . על הגרף הזה נבצע folding ונקבל גרף של קבוצות. נסמן את הגרף הזה ב- FG .

א. למה שווים מדדי ה- clustering coefficient של הגרפים BG ו- FG ?

ב. אם נתון שבגרף BG יש קודקוד בעל דרגה 6 וזאת הדרגה המקסימלית בגרף, מה ניתן להסיק לגבי קליקות בגרף FG ?

ג. האם ניתן מהמבנה של הגרף FG להסיק את מספר המדינות השונות שהיו ברשימה? האם ניתן לעשות זאת מהגרף BG ?

שאלה 6 (10 נק'):

נתון גרף מכוון בעל N קודקודים המתאר השפעה של אנשים. כל קשת היא מכוונת, ועל הקשת מצויינת רמת ההשפעה. נרצה למצוא את קבוצת הקודקודים הכי משפיעה (שיטת ה-Influence Maximization), לפי ההרחבה הבאה של מודל ה-Independent Cascade.

נשנה את המודל כך שבמקום ניסיון הדבקה אחד, כל קודקוד שנהיה אקטיבי, מקבל 2 ניסיונות בלתי תלויים להדביק כל אחד מהשכנים שלו. הניסיונות מתבצעים ברצף, אחד אחרי השני. הסיכוי של כל ניסיון להצליח הוא המשקל על הקשת (כמו במודל המקורי).

א. עבור גרפים בהם לכל הקשתות יש אותו משקל p (מספר ממשי בין 0 ל-1), האם הפתרון (על אותו הקלט) משתנה כאשר אנו משתמשים במודל המורחב החדש במקום במודל ה-Independent Cascade המקורי? בהכרח כן, בהכרח לא, או שיש קלטים שעליהם כן וקלטים אחרים שעליהם לא?

ב. נתון גרף מכוון עם $n+2$ צמתים: שני הצמתים u, v ועוד קבוצה S של n צמתים. יש קשת מכוונת מ- u לכל אחד מ- $n+1$ הצמתים הנוותרים, וגם קשת מכוונת מכל צומת ב- S לתוך v . אין קשתות נוספות בגרף. המשקל על כל קשת הוא p , מספר ממשי גדול מ-0 וקטן מ-1 (p זהה לכל הקשתות). במודל ה-IC הסטנדרטי (כלומר ניסיון הדבקה אחד בלבד), מה תוחלת מספר הצמתים המודבקים של הפתרון האופטימלי בגרף הנתון עם $k=1$?

שאלה 7 (10 נק'):

א. במדינה עם N כפרים כל כפר מחובר בכביש לשלושה כפרים אחרים בדיוק. ידוע שמכל כפר ניתן להגיע לכל כפר אחר (לאו דווקא ישירות). התקבלה החלטה לשפץ כביש מסויים והוא זמנית נסגר לתנועה. התברר שבזמן סגירת הכביש חלק מהכפרים נותקו מכפרים אחרים, כלומר זמנית לא מכל כפר ניתן להגיע לכל כפר אחר. מהי כמות הכפרים המינימלית שיכולה לקיים את התנאים הנ"ל?

ב. אחרי סיום השיפוץ ופתיחת הכביש הוחלט לשפץ כביש אחר במדינה. האם בהכרח גם הפעם חלק מהכפרים יהיו מנותקים?

שאלה 8 (15 נק'):

נרצה לבנות גרף עם 6 קודקודים באופן אקראי באמצעות המודל של Erdős–Rényi, עם הסתברות ליצירת קשת $p = 0.5$.

א. מה הסיכוי שיצא גרף שדרגת כל הקודקודים שלו היא 2?

ב. מה הסיכוי שיצא גרף שדרגת כל הקודקודים שלו היא 3?

ג. מה הסיכוי שיצא גרף שסכום דרגות כל הקודקודים שלו הוא 28?